

# ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ ОРОШЕНИЯ НА БАЗЕ МЕТОДА ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

З.Г. АЛИЕВ, кандидат сельскохозяйственных наук  
Азербайджанский НИИ Эрозии и Орошения

Метод динамического программирования позволяет четко ставить многошаговые задачи оптимизации развивающихся во времени процессов, в которых решения должны приниматься на каждом шаге, и формулировать задачи с единой точки зрения, указывающие путь разработки конкретного вычислительного процесса.

Основные характерные особенности метода динамического программирования:

- 1) формулирование принципа оптимальности;
- 2) погружение конкретной задачи оптимизации в семейство более простых задач;

- 3) получение конечного результата в форме рекуррентно-функциональных управлений относительно экстремального значения критерия качества.

Метод динамического программирования, по существу, не дает единого алгоритма, с помощью которого можно было бы решать любую экстремальную задачу. Это скорее подход к решению задачи, принцип ее решения, т.к. существует большая сложность перехода от функциональных уравнений к обеспечивающим их решение алгоритмам.

Таким образом, сущность метода динамического программирования заключается в том, что решение  $N$ -шаговой задачи с помощью специальных рекуррентных соотношений заменяется последовательностью решений одношаговой, двухшаговой,  $N-1$ ,  $N$ -шаговой задач. При этом на каждом шаге решается одномерная задача оптимизации, т.е. ищется только одно управление (вместо всех  $N$  управлений первоначальной задачи). Это кардинальным образом упрощает процедуру оптимизации.

Уточним структуру задачи оптимизации режима орошения сельскохозяйственных культур. Рассматриваемая задача представляет дискретный  $N$ -шаговый процесс принятия решений о необходимости полива и выбора поливной нормы, в котором на каждом из шагов выбирается одно из допустимых значений управляющей переменной  $H$  (поливной нормы). Задача определена для любого числа шагов и имеет структуру, не зависящую от числа шагов.

Выбор управления (поливной нормы) на любом из шагов (например, на  $j$ -том шаге) не влияет на предыдущий  $j-1$  шаг, и после некоторого количества (например,  $K$ ) шагов влияние оставшихся ( $N-K$ ) шагов на величину критерия зависит лишь от состояния системы в конце  $K$ -того решения и принятых последствий ( $N-K$ ) решений.

Выше отмечалось, что применяемая модель ущерба не учитывает предистории процесса. Точно также затраты на  $j$ -тый полив не зависят от затрат на предыдущие - предистория не влияет на соответствующую составляющую общих потерь.

Для характеристики связи показателя эффективности всего процесса с показателями эффективности отдельных его шагов  $Q_k$ ,  $K=1 \dots N$ , воспользовавшись уравнением (1), получим:

$$Q = \sum_{K=1}^N \left[ c \int_{\tau(K-1)}^{\tau_K} U(t) dt + P_{2K}(H_K) \right] = \sum_{K=1}^N Q_K \quad (1)$$

Известны два основных подхода к решению функциональных уравнений динамического программирования [1]. Первый - аппроксимация в функциональном пространстве, или рекуррентный метод, состоит в последовательном нахождении оптимальных решений для все более удлиняющихся процессов, пока не будет найдено оптимальное решение для процесса нужной длины.

Второй подход - аппроксимация в пространстве поведения, или итерационный метод, основан на рассмотрении задачи во всей ее полноте с самого начала. Некоторое начальное приближение решения (оптимального поведения) последовательно улучшается до тех пор, пока не находится оптимальное решение. Итерационный подход предназначен для процессов практически бесконечной длины. Для процессов конечной длины для нахождения оптимального решения используется рекуррентный метод.

При решении функциональных уравнений динамического программирования для нахождения оптимального решения при определении сроков и норм полива применяется рекуррентный метод.

Для решения задачи оптимизации обозначим состояние системы (поля орошения) через вектор  $Y$ , компонентами которого являются все компоненты вектора  $X$ , а также те из компонентов вектора интегральных ограничений (обозначим их через  $Z'$ ), которые не входят в состав компонентов  $X$ . Изменения  $Z'$  вызваны выбором тех или иных управлений. Например, при ограниченной оросительной норме по мере проведения поливов объем доступной для использования воды сокращается.

Начальным условием при решении функциональных уравнений является объединение  $X(T_0)$  и правых частей  $Z'$ . Если интегральные ограничения отсутствуют, то  $Y$  соответствует  $X: Y \equiv X$ .



Процесс управления предполагается дискретным во времени с равным временным интервалом  $\tau$  между управлениями (поливами), хотя интервал  $\tau$  может быть непостоянен и меняться в зависимости от ситуации на орошаемом поле.

Как было сказано ранее, сущность метода динамического программирования заключается в том, что решение  $N$ -шаговой задачи с помощью специальных рекуррентных соотношений заменяется последовательностью решений одношаговой, двухшаговой,  $N-1$ ,  $N$ -шаговых задач. При этом на каждом шаге решается одномерная задача оптимизации, т.е. имеется только одно управление (вместо всех  $N$  управлений первоначальной задачи).

Оптимальное решение поставленной задачи находится в результате реализации вычислительной процедуры, состоящей из двух этапов. На предварительном этапе (при "обратном ходе") осуществляется расчет условно оптимальных управлений и расчет значения функционала качества (условно-оптимальных потерь-затрат на полив и ущерба при дефиците водных ресурсов) для  $N$ -промежуточных задач, отличающихся длиной интервала существования управляемого процесса. При этом указанные управления и значения функционала рассчитываются для всего диапазона возможного изменения состояния управляемой системы (поля орошения).

При этом назначаемая норма полива определяется:

1. среднегодовыми (за несколько лет) статистическими значениями испарения за соответствующие дни вегетации сельскохозяйственных культур;
2. среднегодовыми (за несколько лет) статистическими значениями осадков за соответствующие дни вегетации сельскохозяйственных культур;
3. среднегодовыми (за несколько лет) статистическими значениями влажности и температуры воздуха за соответствующие дни вегетации сельхозкультур;
4. наличием грунтовых вод.

При расчете поливной нормы учитываются также:

1. среднесуточный дефицит водопотребления;
2. тип культуры и фенологическая фаза, в которой она находится;
3. длина корневой системы растений;
4. тип почвы;
5. продолжительность расчетного периода вегетации с/х культур;
6. коэффициент смачивания листовой поверхности растений при импульсном дождевании;
7. коэффициент, учитывающий потери воды в зоне дождевого облака на испарение при дождевании;
8. климатический коэффициент испарения растений в различные их фазы.

Ущерб определяется:

1) отклонением условий влагообеспеченности от условий, способствующих получению максимально возможного при данной агротехнике и уровне плодородия почвы урожая в течение всего вегетационного периода;

2) ценностью возделываемой культуры.

При "прямом подходе" (на заключительном) осуществляется выбор тех из условно оптимальных управлений, которые соответствуют реальному состоянию системы, т.е. тому, в котором система находилась в начале управления (например, стартовой влажности почвы) и далее тем, в которые она приходит при приложении к ней на предыдущем шаге только что найденного управления.

Конкретизируем алгоритм вычисления. В качестве дискрета по времени выбраны сутки. Рассмотрен максимально возможный временной интервал управления - от сева до конца вегетации.

Введены следующие обозначения:

$K = 1, 2, \dots, N$  - номер шага. При обратном ходе увеличение  $K$  соответствует движению к началу вегетации; с другой стороны  $K$  - это номер суток, отсчитываемых от конца вегетации и являющимся началом рассматриваемого интервала управления в рекуррентной процедуре.

$T_n$  - начало интервала управления  $T_n = (N-K) \cdot \tau$ ;

$T_k$  - конец управления, совпадает с концом вегетации;

$\tau$  - длина (в сутках) указанного интервала;

$y_l$  - вектор состояния системы в начале от сева суток, т.е. в момент  $(l-1)\tau$ ;

$H_l$  - управление (норма полива) в  $l$ -ные от начала вегетации сутки;

$f_n$  - условно оптимальное состояние системы.

Следуя рекомендациям [2,3], определяется последовательность функций  $f_k(y_l)$  с помощью следующего рекуррентного соотношения:

$$f_1(y_N) = \min_{\{H_N\} \in \Omega_N} [Q_N(y_N, H_N)]$$

$$f_K(y_{N-K+1}) = \min_{\{H_{N-K+1}\} \in \Omega_{N-K+1}} \left[ Q_{N-K+1}(y_{N-K+1}, H_{N-K+1}) + f_{K-1}(y_{N-K} + \Pi(y_{N-K+1}, H_{N-K+1})) \right] \quad (2)$$

Первое выражение в (2) определяет состояние системы и минимальные потери, соответствующие последнему дню, когда надо определять величину и норму полива.

Второе (последнее) слагаемое в выражении (2) является общим членом соотношения и имеет смысл при  $K=2 \dots N$ . Для  $K=2$ , например, приобретает вид:

$$f_2(y_{N-1}) = \min_{\{H_{N-1}\} \in \Omega_{N-1}} \left[ Q_{N-1}(y_{N-1}, H_{N-1}) + f_1(y_{N-1} + \Pi(y_{N-1}, H_{N-1})) \right] \quad (3)$$



в выражении (1.)  $Y_l + \Pi(Y_l, H_l)$  - вектор состояния в начале  $l$ -х суток, т.е. в момент, когда система находилась в состоянии  $Y_l$  к ней прикладывается управление  $H_l$ ;

$\Pi(Y_l, H_l)$  - вектор приращения компонента за  $l$ -е сутки;

$\Omega_l$  - область допустимых управлений в момент  $(l-1)\tau$ ;

$f_K(Y_l)$  - минимальное значение суммарных потерь в начале этого промежутка  $Y_l$  и управлении в этот момент времени  $H_l$ . Другими словами,  $f_K(Y_l)$  - минимальные ожидаемые в момент  $\tau(l-1)$  потери за все будущее время до конца вегетации; состояние системы перед принятием очередного решения (о величине  $H_l$ ) есть  $Y_l$  и оптимальные решения принимаются в этот момент и во все последующее время.

Из выражения (3.) очевидно, что решение для  $K$ -шаговой задачи получается из решения для  $(K-1)$ -шаговой задачи добавлением одного шага с использованием результата, полученного для  $(K-1)$  шагов.

Так как  $l$  и  $K$  функционально связаны  $l = N - K + 1$ , то общий член выражения (3) можно записать следующим образом:

$$f_K(Y_l) = \min_{\{H_l\} \in \Omega_l} [Q_l(Y_l, H_l) + f_{K-1}(Y_l + \Pi(Y_l, H_l))] \quad (4.)$$

В соответствии с принятым подходом к решению функциональных управлений динамического программирования - аппроксимации в функциональном пространстве - используется принцип варьирования в пространстве состояний. Согласно этому принципу, каждая координата состояния  $Y$  в выражении (3) квантуется по уровню: формируется сеточная структура, в узлах которой располагаются нормы поливов и соответствующие им потери.

Значения функции  $f_K(Y)$  вычисляются в этих фиксированных узлах сеточной структуры, размерность которой соответствует размерности вектора  $Y$ .

Величины шага по норме полива  $H$  и максимального числа градаций норм  $\tau$ -м выбираются учетом имеющихся требований к поливному режиму.

Принятый шаг сетки определяет число различных точек, в которых допускается определять значения  $f_K(Y)$ .

Итак, если известно состояние системы (поля орошения) на последнем шаге  $Y_N$ , то оптимальное на этом шаге управление  $H_N$  может быть найдено согласно первого выражения соотношения (4.). Трудность заключается в том, что при начале расчета управлений на весь последующий период, например, при планировании на всю вегетацию - от

сева  $T_n$  до конца уборки  $T_k$  - неизвестно, в какое конкретное состояние придет система к последнему шагу, т.е. к моменту  $\tau(N-1)$ . Это состояние зависит от управлений в течение всего предыдущего периода управления  $\{T_n, \tau(N-1)\}$ , а также от гидрометеорологической обстановки за весь вегетационный период.

Поэтому приходится высказывать разные предположения о том, в каком состоянии может оказаться система к моменту  $\tau(N-1)$ , т.е. рассмотреть все возможные состояния  $Y_N$  и для каждого из них определить соответствующее оптимальное управление.

В результате решения первого выражения соотношения (6.7) для множества всевозможных состояний  $\{Y_N\}$  будет получено соответствующее множество условно-оптимальных показателей эффективности управления на последнем шаге  $\{f_N(Y_N)\}$  и условно-оптимальных управлений  $\{H_N\}$ . В памяти ЭВМ фиксируются оба эти множества и делается переход к следующему шагу, соответствующему предпоследнему интервалу управления.

Из последнего выражения соотношения (4.) следует, что значение показателя эффективности на этом шаге должно быть найдено как сумма двух величин:

$$Q = Q_N + Q_{N-1}$$

причем оптимальным управлением будет то, которое делает минимум  $Q$  в целом.

Так как по-прежнему  $Q_{N-1} \in Q_{N-1}(Y_{N-1})$ , т.е. потери за двое последних суток зависят от того, в каком состоянии находилась система в начале рассматриваемого промежутка времени, то условно-оптимальные потери  $f_{N-1}(Y_{N-1})$  определяются из выражения:

$$f_{N-1}(Y_{N-1}) = \min [Q_{N-1}(Y_{N-1}) + Q_N(Y_N)] \quad (5.)$$

где  $Y_N = Y_{N-1} + \Pi(Y_{N-1}, H_{N-1})$  - состояние в конце предпоследнего (и соответственно последнего) интервала. В состояние  $Y_N$  приходит система, находившаяся в начале предпоследнего интервала в состоянии  $Y_{N-1}$ , при приложении к ней управления  $H_{N-1}$ .

В связи с тем, что первое слагаемое (4.9.) не зависит от  $H_N$ , имеем:

$$\begin{aligned} f_{N-1}(Y_{N-1}) &= \min_{\{H_{N-1}\}} [Q_{N-1}(Y_{N-1}) + \min_{\{H_N\}} Q(Y_N)] = \\ &= \min_{\{H_{N-1}\}} [Q_{N-1}(Y_{N-1}) + f_N(Y_N)] \end{aligned} \quad (6)$$

Так как  $f_N$  вычислен на предыдущем шаге, то минимизация выражения (5.) производится только по  $H_{N-1}$ .



Запоминаются полученные массивы  $\{f_{N-1}(Y_{N-1})\}$  и  $\{H_{N-1}(Y_{N-1})\}$ , и делается переход к следующему шагу. На  $N-2$  интервале принятия решений используются результаты, полученные на  $N-1$  интервале. Продолжая эту процедуру вплоть до начала процесса управления, получаем оптимальные потери и соответствующие им оптимальные управления для всего множества возможных состояний системы внутри управляемого периода. При этом каждый раз оптимальные решения определяются с использованием решения предыдущего шага. Такая рекуррентность - основа метода динамического программирования.

После осуществления "обратного хода" делается переход к "прямому ходу", используя страте-

гию управления, соответствующую заданному начальному условию  $Y(T_0)=Y_0$  - например, стартовая влажность почвы.

При "прямом подходе" осуществляется выбор тех из условно-оптимальных управлений, которые соответствуют реальным состояниям системы, т.е. тому, в котором система находилась в начале управления, а далее тем, в которые она приходит при приложении к ней на предыдущем шаге только что найденного управления. Этот процесс продолжается до конца вегетации. Оптимальные управления, полученные на каждом шаге "прямого хода", выдаются на печать.

В конце процедуры вводятся обобщенные результаты о.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Беллман Р. - Процессы регулирования с адаптацией. , Москва., Изд-во. Наука., 1967 г. 2. Беллман Р. Динамическое программирование. ИЛ, 1969 г., 147 с 3. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. М. "Колос" 1978 г с 219

## SİLİNDRİK SİPƏRLİ DAĞ SUQƏBULEDİCİSİNİN HİDRAVLİK İŞ REJİMİNİN ÖYRƏNİLMƏSİ

R.S.ƏBİLOV

Təklif etdiyimiz yeni konstruksiyalı dağ suqəbuledicisinin əsas konstruktiv elementi, çay məcrasına perpendikulyar olaraq yan sahil və yaxud aralıq divarlar arasında yerləşdirilmiş silindrik sipərdən ibarətdir. Silindrik sipər yarıqlarda  $65-70^\circ$  bucaq altında yerləşdirilən reykarlar üzrində hərəkət edir. Silindrik sipər çayın məcrasında kiçik basqılı bənd kimi yerləşib, qarşısında boğulan byef yaradır. Silindrik sipər boyu yarıq açılmışdır. Çay axını iri lil fraksiyalarından təmizlənərək yarıqdan sipərin daxilinə (dəhlizə) tökülərək, kanala ötürülür. Dağ suqəbuledicisinin hidravliki iş rejimi silindrik sipərin səthindəki sugötürən yarığın üfiqi müstəviyə görə  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  və  $120^\circ$  bucaq altında yerləşməsində öyrənilib.

Burada sugötürən yarığın eni 2; 10; 15; 20 mm olub, bu da seçilmiş hidravliki modelləşmə  $L=15$  miqyasında naturada onun 3; 15; 22,5; 30 sm eninə uyğun gəlir. Laboratoriya təcrübələrində çayın boğulan byefində suyun sərfi 0,6; 0,83; 1,80; 2,0; 2,2; 4,65; 11,6 və 14,65 l/s olub, onun natur şəraitdəki 0,52; 0,72; 1,56; 1,74; 1,92; 4,05; 10,5; və 12,78 m<sup>3</sup>/s. axın sərflərinə uyğundur. Bu halda dağ suqəbuledicisinin sərfi isə 0,6 l/s-yə kimi dəyişir və onun natur şəraitindəki 0,52 ... 6,27 m<sup>3</sup>/s. su sərfindəki işini xarakterizə etməyə imkan verir.

Eksperimental tədqiqatların nəticələri göstərir ki, təklif olunmuş suqəbuledicinin suburaxma qabiliyyəti sugötürən yarığın ölçülərindən və yatım bucağından, çay axımından, boğulan byefdə yaranan basqıdan, eləcə də digər faktorlardan asılıdır.

Sugötürən yarığın müxtəlif ölçülərində və hidravliki iş rejimlərində, onun yatım bucağı azaldıqca suqəbuledicinin çayda götürdüyü suyun sərfinin artması müşahidə olunur.

Təcrübədən alınmış məlumatların nəticələrinin işlənmiş analizinə əsasən çayın müxtəlif hidroloji rejimlərində dağ suqəbuledicinin su göturmə əmsalı 0,21...1-ə kimi dəyişir. Təklif olunmuş dağ suqəbuledici çayın mejen axımını tamam tutulub sistemə ötürülməsini təmin etmək imkanındadır. Sugötürən yarıq nazik divarlı suşıran kimi işləyərkən boğulmayan hidravliki rejimdə olur və onun astanasında yaranan böhran dərinlik

$$h_b = \sqrt[3]{\alpha q^2 / g} \quad (1)$$

burada,  $\alpha=1,1$ ;  $q$ -yarıqın xüsusi sərfi,  $g=9,8\text{m/s}^2$  ifadəsindən hesablanır. Bu düsturla hesablanmış böhran dərinliklər, onların çoxsaylı təcrübələrdən alınmış qiymətlərindən fərqi 9,8%-ə çatır.

Eksperimental tədqiqatların məlumatlarının işləmələri nəticələrinin analizinə əsasən boğulmayan hidravliki rejimdə işləyən sugötürən yarığın sərf əmsalı 0,33-dən 0,48-ə kimi dəyişir.

Çayın böyük axınlarında suqəbuledici onun axımının yalnız bir hissəsini götürür və bu halda sugötürən yarıqdan dəhlizə tökülən axına dəşikdən suyun axımına bənzəyir. Bu hal üçün sugötürən yarığın sərf əmsalı əsasən 0,5...0,628 olur.

Tədqiqatların yerinə yetirilməsində dağ suqəbule-